Le nombre d'or et l'esthétique | Par Adrien Déséglise

« Une mesure harmonique, humaine et mathématique apporte la sécurité, les proportions selon des méthodes analogues à celles qui, à toute belle époque, ont assuré dans le secret des métiers ou dans les habitudes des constructeurs, la richesse des combinaisons. »

Le Corbusier, *Modulor 2*

Ce qu'on appelle aujourd'hui la proportion du nombre d'or est introduite dans le domaine des mathématiques en Grèce antique par Euclide, Platon et Pythagore. Cependant, les égyptiens incorporaient déjà ce rapport mathématique dans leur art, architecture et culture. Leonardo Pisano, plus connu sous le nom de Fibonacci, introduit véritablement cette proportion en Occident et la rend populaire, surtout dans son livre "Liber Abaci" écrit en 1202. Cette proportion est aussi appelée la proportion divine ou la section divine, venant du Latin "sectio aurea."

-

Explication mathématique:

Le nombre d'or, nommé par la lettre grecque φ "phi," provient du principe du ratio d'or, c'est-à-dire lorsque l'on a : 1:φ ou 1:φ-1. Ce nombre est irrationnel. Le nombre d'or peut être relié au rapport entre le grand sur le moyen et le moyen sur le petit.

Version historique d'Euclide:

Soit le rapport, ci-dessous, entre le grand sur le moyen et le moyen sur le petit, soit « A+B sur A » qui est égal à « A sur B »

Soit : $\frac{A+B}{A} = \frac{A}{B}$

D'où : $\frac{A}{A} + \frac{B}{A} = \frac{A}{B}$ ó $1 + \frac{B}{A} = \frac{A}{B}$

Avec $x = \frac{A}{B}$, on a : $1 + \frac{1}{x} = x$

On a donc un polynôme du second degré : $x^2 - x - 1 = 0$

Ainsi, deux racines distinctes : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ d'où la valeur approchée et positive de 1,618…le nombre d'or φ !

Le nombre d'or dans la suite de Fibonacci :

La suite de Fibonacci est définie telle que « chaque terme de cette suite est la somme des deux termes précédents ». On a :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597 etc.

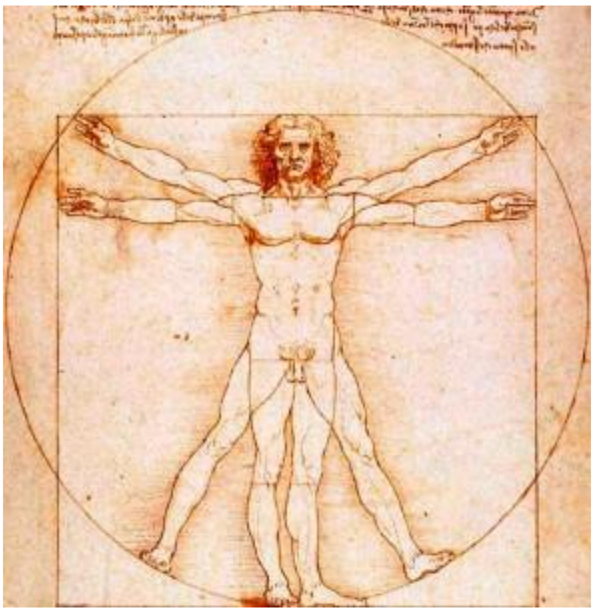
Dans la suite, avec:
$U0 = 1$, $U1 = 1$, $U2 = 2$, $U3 = 3$, $U4 = 5$, $U5 = 8$ etc.

On a bien:
$U2 = U1 + U0$, $U3 = U2 + U1$, $U4 = U3 + U2$ et ainsi de suite.

Soit: $\frac{U2}{U1} = \frac{U1 + U0}{U1}$ et $\frac{U3}{U2} = \frac{U2 + U1}{U2}$ etc.

Prenons les premiers nombres de la suite de Fibonacci, en divisant un terme par son précédent :

$\frac{1}{1} = 1$; $\frac{2}{1} = 2$; $\frac{3}{2} = 1{,}5$; $\frac{5}{3} = 1{,}667$; $\frac{8}{5} = 1{,}6$; $\frac{13}{8} = 1{,}625$; $\frac{21}{13} = 1{,}615$; $\frac{34}{21} = 1{,}619$ etc.



De cette manière, on s'approche de la valeur exacte de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ soit 1,618…le nombre d'or φ !

Emergence du nombre d'or

La proportion divine est plus facilement concevable avec les travaux de Leonardo da Vinci. En effet, da Vinci a appris les mathématiques avec Pacioli, grand mathématicien italien de l'époque. Pacioli avait fait de nombreuses études sur le nombre d'or et a influencé de manière considérable les œuvres de da Vinci. Parmi les plus connues, on peut citer "L'Homme de Vitruve" apparue dans *De Divina Proportione,* où da Vinci explore les différentes applications du nombre d'or sur l'anatomie du corps, la géométrie, la nature et la science. "L'Homme de Vitruve" est devenu la référence en matière de proportions humaines. Dans ses peintures, telle que "La Joconde," on arrive à encadrer son visage par le rectangle d'or et on observe que la tête correspond exactement aux dimensions divines. Dans "L'Homme de Vitruve," da Vinci parvient à modéliser l'Homme en utilisant le cercle et il observe que l'Homme incorpore la proportion divine entre ses membres et leurs différentes longueurs.

Dans *La République*, Platon nous demande de diviser un segment qui nous permettrait de faire coexister le sensible et l'intelligible. La solution, c'est cette proportion d'or où le sensible est le φ d'un côté et l'intelligible, le 1, de l'autre côté du segment. Ceci est bien la définition qu'Euclide donne à cette proportion divine: le rapport du grand sur le moyen est égal au rapport du moyen sur le petit. Soit : $\frac{A+B}{A} = \frac{A}{B}$.

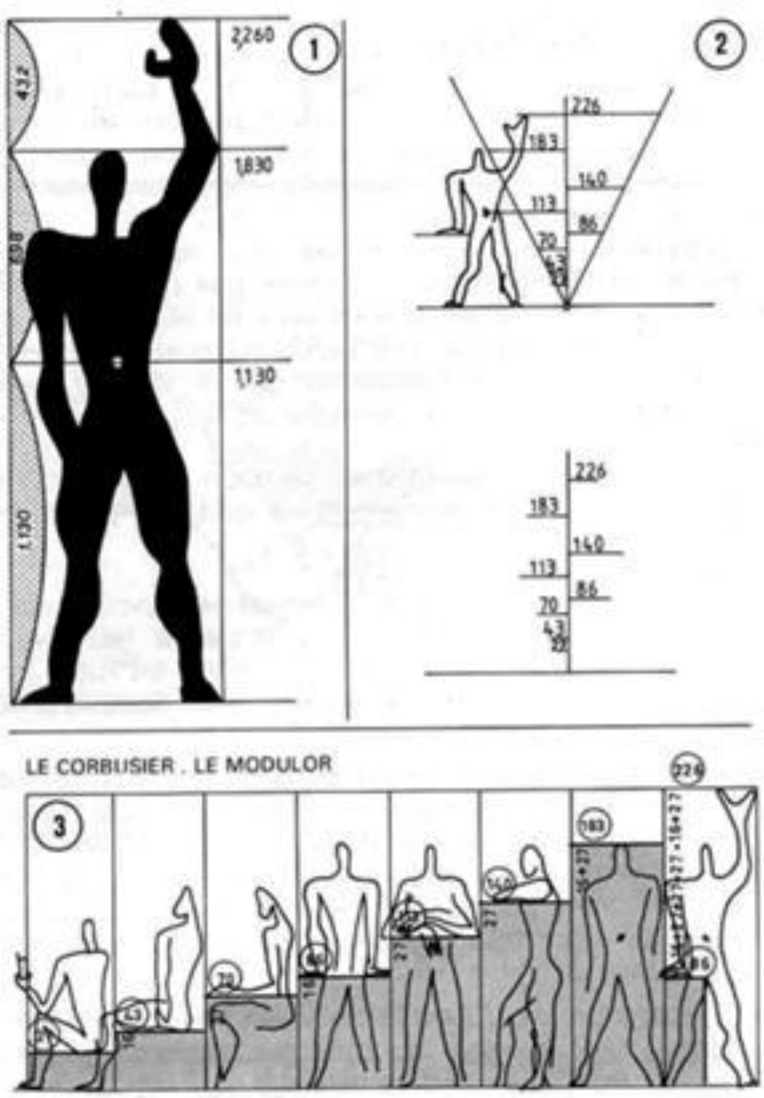
Il est intéressant de noter que les égyptiens utilisaient les proportions du corps en tant que mesures pour construire et peindre. Ils utilisaient la coudée (ce qu'on appelle aujourd'hui la coudé normale) qui consistait à mesurer la longueur entre le coude et l'extrémité des doigts de la main. En effet, la longueur du coude aux doigts, soit 46,6 cm, correspond à sept paumes, soit 6,65 cm et une paume est égale à quatre doigts.

Des études ont été faites, en appliquant les proportions du nombre d'or et la symétrie, avec des papiers calques posés, d'abord sur des photographies de mannequins, et puis, sur des personnes sans beauté particulière. Comme on pouvait l'imaginer, les mannequins, attractifs à l'œil, vont parfaitement correspondre au calque tandis que les autres non. Cela est intéressant puisque l'étude révèle le lien entre l'esthétique, la beauté et les proportions divines. Avec une de ses études, sur une échelle de 1 à 10, Brad Pitt a eu 9.3 tandis que Angelina Jolie a eu 7.5 !

Proportions esthétiques: Confort et proportions divines

L'esthétique, venant du grec "estètikôn," est une notion très complexe et c'est pour cela que j'aimerais l'identifier, ou du moins l'associer avec l'idée du confort. En grec, "estètikôn" veut aussi dire la sensibilité. Ainsi, par le confort, je veux dire tout ce qui nous paraît apaisant et plaisant par nos cinq sens. Ceci veut aussi dire que tout ce qui est adapté à nous physiquement est confortable. Parmi les personnes qui se sont dédiées le plus à la relation entre le confort, l'esthétique et la proportion divine, on peut citer Le Corbusier, grand architecte suisse (devenu français) du vingtième siècle.

Le Corbusier a en effet écrit deux livres intitulés "Le " et "Le Modulor 2" où il étudie cette relation et comment on peut concrètement incorporer le nombre d'or dans l'architecture et dans la vie de tous les jours. Dans son œuvre, il a beaucoup peint en utilisant la proportion divine et a appliqué très souvent cette proportion à son architecture. Dans l'espace, il prend un homme d'un mètre quatre-vingts trois, et crée à partir de cette mesure sa propre séquence de Fibonacci. Ainsi il s'agit d'une modélisation très adaptée à notre condition humaine. Grâce à ces nombres, il va pouvoir les identifier aux hauteurs de plafonds, de portes, de tables, d'escaliers, de chaises, de sofas…et se rend compte qu'en effet cette architecture est confortable pour l'homme. Le building des Nations-Unies à New York possède plus ou moins ces proportions si l'on considère les douze mètres qui sont en-dessous le niveau de la rue. De plus, Le Corbusier invente un moyen de mesurer ce qui est esthétiquement plaisant: une règle avec les proportions divines. Quand on mesure avec cette règle n'importe quel meuble ou élément d'une maison (escalier, chaise, table, tabouret…), on observe que les dimensions sur la règle correspondent bien aux objets mesurés.

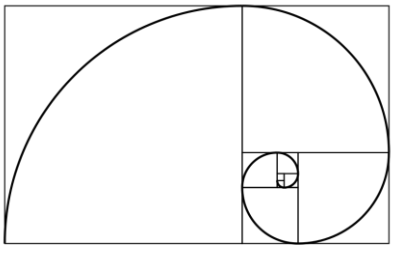


Ici le Corbusier nous montre bien avec son dessin que l'on peut tout associer dans une pièce au nombre d'or. En prenant 1 mètre et 83 cm pour définir l'individu et avec sa règle « Le Modulor, » il arrive à trouver 2,26 pour la longueur de l'homme avec son bras levé. C'est ainsi qu'il définit la mesure du plafond pour des appartements où l'espace est limité. En divisant 1,83 par le nombre d'or, il trouve 1,13 et définit cette hauteur comme étant l'endroit où se trouve le nombril. La bonne hauteur pour une table haute (table de bar par exemple) est donc 1 mètre et 13 cm. Il continue en procédant ainsi pour trouver la hauteur d'une marche d'un escalier, d'une table, d'un sofa etc. Le Corbusier est donc en train d'associer les dimensions des bâtiments qu'il construit à la morphologie humaine pour rendre son architecture harmonieuse avec la condition humaine. Par exemple, dans la Chapelle Notre-Dame-du-Haut, il place les fenêtres, le plafond et l'ensemble des meubles par rapport aux proportions divines. Ici, l'architecte est devenu plus que simple maître constructeur. Il définit notre espace et notre moyen d'existence avec les objets qui nous entourent. Pour Le Corbusier, le nombre d'or est cette mesure harmonique qui nous permet à tous d'être relier constamment à la nature et aux mathématiques.

Toutefois ce qui est confortable est subjectif et une modélisation n'est pas universelle puisque tout le monde ne fait pas la même taille. Ainsi, une façon de résoudre une partie du problème est de demander à de nombreuses personnes de dessiner, par exemple, un rectangle qu'ils trouvent esthétiquement plaisant. Il se trouve qu'en faisant la moyenne des rapports des rectangles dessinés, on retrouve une valeur très proche au nombre d'or quant au rapport de sa longueur sur sa largueur. Une autre expérience, faite par Fechner, psychologue et philosophe allemand, montre que lorsque l'on a à choisir entre le rectangle d'or et un nombre quelconque, 76% des individus choisissent celui avec les proportions divines. Cela veut dire qu'il reste quand même un quart des personnes qui pensent différemment, ce qui remet en partie en question l'universalité de cette relation entre ce qui est confortable et le nombre d'or. Ainsi, on peut dire que le subjectif chez l'homme et la relation entre le beau et les mathématiques restent des notions indéterminées universellement.

Conséquences naturelles ou mathématiques?

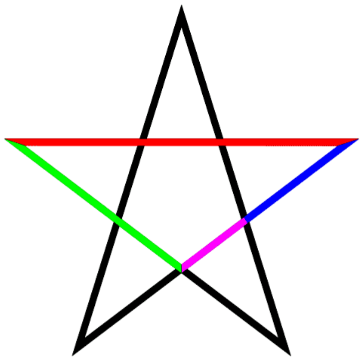
On peut se demander d'où provient, dans l'intellect humain, la capacité de s'imaginer un nombre tel que le nombre d'or et pourquoi il existe donc. Ainsi, l'existence de la notion de la proportion divine est-elle une conséquence procédant purement de l'observation de la nature ou est-elle plutôt mathématique? C'est-à-dire, a-t-on ce nombre relatif par induction ou par déduction mathématique? En effet, cette question se pose de la même manière que celle de la poule et de l'œuf.



Dans la nature, on retrouve la proportion divine partout. Chez les plantes: les trèfles, l'aloès, dans la division des branches des troncs d'arbres, les pétales des roses, les marguerites…Chez les animaux: l'escargot et la plupart des animaux possédant une coquille, les ruches des abeilles…Dans le climat: les ouragans, les typhons avec leur forme de spirale…Dans l'univers: toutes les galaxies à spirales…Chez l'homme: dans l'ADN de nos cellules, la relation entre la largeur de notre bouche par rapport au nez, etc.

Parmi les diverses applications du nombre d'or dans la nature, l'angle d'or qui est de 137,5 degrés est particulièrement révélateur de l'importance de ce nombre. Par exemple, dans les tournesols, si l'on n'a pas cet angle, même avec 137 degrés ou 138 degrés, on n'obtient pas la régularité des fleurs tubulées autour du centre. On est alors en droit de s'étonner et de nous demander si le nombre d'or n'est pas inscrit dans la nature.

Il est vrai que l'on retrouve ce nombre d'or dans la nature et il semble imaginable que l'homme ait trouvé ce rapport dans la nature. Cependant, on dit que l'on peut trouver ce que l'on veut quand on cherche assez et c'est donc pour cela que cette notion de proportion divine reste très contestée jusqu'à présent.



Dans les mathématiques, on retrouve le nombre d'or dans de nombreuses figures géométriques. Par exemple, dans le pentagone régulier avec un pentagramme à l'intérieur de celui-ci, quand on calcule la longueur de la ficelle (joignant deux sommets consécutifs sans passant par un côté) divisé par un des cinq côtés, on retrouve le nombre d'or. Le pentagramme (voir illustration ci-contre à gauche) était aussi le symbole des Pythagoriciens. Ainsi, on pourrait penser également qu'il s'agit d'une conséquence mathématique mais cela reste à débattre.

Voici quelques exemples d'objets ou d'œuvres conçus sous ce rapport : L'iPod, Les logo de National Geographic, du Metropolitan Museum, votre carte de crédit, la musique de Bartok ou de Satie, ou encore les œuvres d'artistes connus tels que Le Corbusier, Léonard da Vinci, Van Gogh, Pacioli et bien d'autres. On trouve aussi des Monuments historiques tels que Notre-Dame de Paris, les pyramides de Giza, les pyramides égyptiennes, le Parthénon, l'Acropole, la Mosquée de Kairovan▪

Sources:

The Golden Ratio, The Story of Phi, The World's Most Astonishing Number par Mario Livio

Le Modulor par Le Corbusier

Modulor 2 par Le Corbusier

The Golden Section, Nature's Greatest Secret par Scott Olsen

http://jaced.com/blogpix/2009/goldenpentagram.gif

http://www.mahjoob.com/en/forums/showthread.php?p=4815643

http://pagesperso-orange.fr/therese.eveilleau/pages/truc_mat/textes/rectangle_dor.htm

http://www.math.nus.edu.sg/aslaksen/teaching/maa/markowsky.pdf

http://static.intellego.fr/uploads/1/5/1504/media/images%20design/corbuModulor.png